

Qubits und ihre Gatter

22. Januar 2019

Der Quantencomputer

The screenshot shows the IBM Q Experience QASM Editor interface. At the top, there is a "New experiment" header with "New", "Save", and "Save as" buttons. Below this is a toolbar with a "Switch to Qasm Editor" button, a "Backend: ibmqx4" indicator, "Experiment Units: 3", and "Run" and "Simulate" buttons. The main workspace contains five horizontal lines representing qubits, labeled $q[0]$ through $q[4]$. A progress bar is visible at the bottom of the workspace. On the right side, there is a "GATES" panel with a grid of gate icons: I , X , Y , Z , H , S , S^\dagger , and a plus sign. Below the gates are "BARRIER" and "OPERATIONS" sections. At the bottom of the interface, the text "IBM Q Experience End User License Agreement" is visible.

<https://quantumexperience.ng.bluemix.net/qx/editor>

Qubits

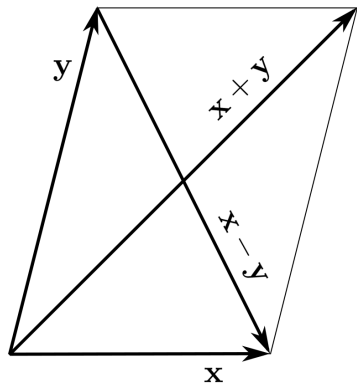
klassische Bits: 0 und 1

Qubits: $|0\rangle$ oder $|1\rangle$

Basisvektoren in einem komplexen Vektorraum

$$\alpha |0\rangle + \beta |1\rangle$$

Vektoren



A diagram illustrating matrix multiplication. A 4x4 grid has the second row highlighted in green, labeled i on the left and $j \rightarrow$ in the center. This is multiplied by a 4x1 column vector with the second element highlighted in red, labeled k on top and $j \downarrow$ in the center. The result is a 4x1 column vector with the second element highlighted in blue, labeled i on the left and k on top.

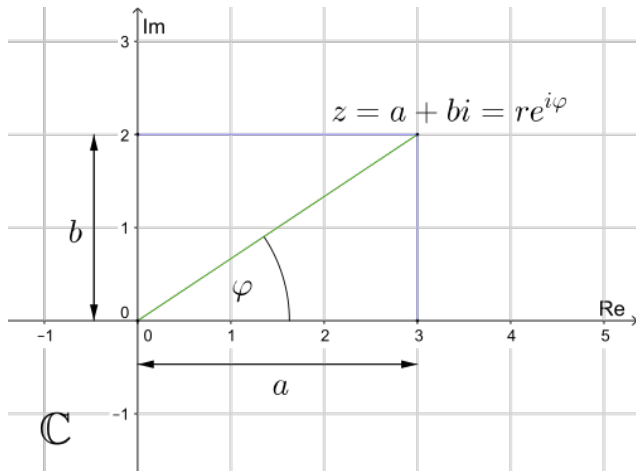
$$\begin{matrix} & & & & \\ & & & & \\ i & \rightarrow & & & \\ & & & & \\ & & & & \end{matrix} \cdot \begin{matrix} k \\ j \downarrow \\ \\ \end{matrix} = \begin{matrix} k \\ i \\ \\ \end{matrix}$$

Addition, Multiplikation mit einer Zahl, Verzerren, Drehen...

Komplexe Zahlen

$$i^2 = -1$$

$$z = a + i b$$



Qubits

klassische Bits: 0 und 1

Qubits: $|0\rangle$ oder $|1\rangle$

Basisvektoren in einem komplexen Vektorraum

$$\alpha |0\rangle + \beta |1\rangle = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} \leftarrow \text{Superposition}$$

Zustände mit mehreren Qubits:

$$|\Psi\rangle = |q_1 q_2 \dots q_n\rangle$$

Zustände stehen senkrecht aufeinander:

$$\langle \Psi_1 | \Psi_2 \rangle = \begin{cases} 1 & \text{wenn } \Psi_1 = \Psi_2 \\ 0 & \text{sonst} \rightarrow \text{unabhängig} \end{cases}$$

Superposition kollabiert
nur einer der Zustände kann gemessen werden
Wahrscheinlichkeitsverteilung \rightarrow viele Messungen

Wahrscheinlichkeiten

Wahrscheinlichkeit, dass ein Zustand unter Verwendung eines Operators (Gatter) zu einem anderen wird:

$$\langle \text{nachher} | \text{Operator} | \text{vorher} \rangle$$

Gesamtwahrscheinlichkeit:

$$\sum_i \langle q_i | \Psi \rangle = 1$$

Form von Operatoren Matrix oder:

$$\sum c |q_2\rangle \langle q_1|$$

Gesamtwahrscheinlichkeit darf nicht geändert werden

Verschränkung

ein Zustand aus zwei Teilen lässt sich nicht als zwei einzelne Zustände darstellen

$$(\alpha |0\rangle + \beta |1\rangle)(\gamma |0\rangle + \delta |1\rangle) = \alpha\gamma |0\ 0\rangle + \alpha\delta |0\ 1\rangle + \beta\gamma |1\ 0\rangle + \beta\delta |1\ 1\rangle$$

Beispiel:

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\ 0\rangle + |1\ 1\rangle)$$

sehr fragil, kollabiert schnell bei äußeren Einflüssen

Hadamard Gatter

Notwendig für Superposition
Operator:

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} [|0\rangle (\langle 0| + \langle 1|) + |1\rangle (\langle 0| - \langle 1|)]$$

Matrix:

$$H = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

Controlled Not Operator

Notwendig für Verschränkung Operator:

$$+ = |0\ 0\rangle\langle 0\ 0| + |0\ 1\rangle\langle 0\ 1| + |1\ 0\rangle\langle 1\ 1| + |1\ 1\rangle\langle 1\ 0|$$

Matrix:

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Bildquellen

- ▶ <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Romb-2.png>
- ▶ https://de.wikipedia.org/wiki/Komplexe_Zahl/media/File:Komplexe_zahlenebene.svg
- ▶ https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Matrix_multiplication_qtl2.svg