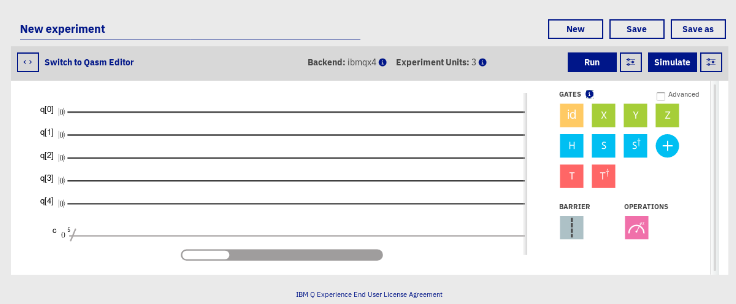
Qubits und ihre Gatter

22. Januar 2019

Der Quantencomputer



https://quantumexperience.ng.bluemix.net/qx/editor

Qubits

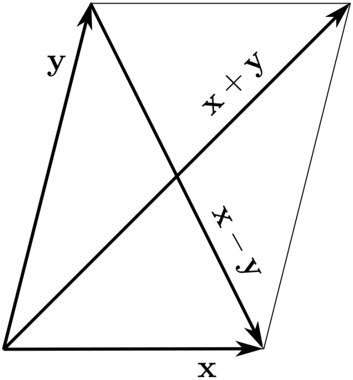
klassische Bits: 0 und 1

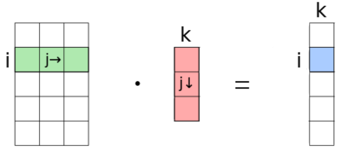
Qubits: $|0\rangle$ oder $|1\rangle$

Basisvektoren in einem komplexen Vektorraum

$$\alpha |0\rangle + \beta |1\rangle$$

Vektoren

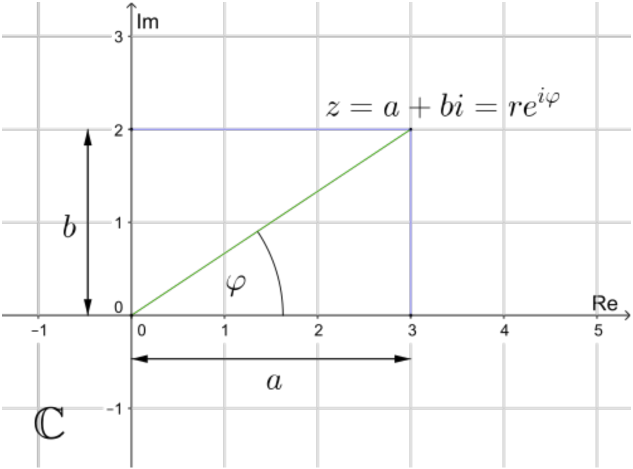




Addition, Multiplikation mit einer Zahl, Verzerren, Drehen...

Komplexe Zahlen

$$
\begin{aligned}
i^2 &= -1 \\
z &= a + i\ b
\end{aligned}
$$



Qubits

klassische Bits: 0 und 1

Qubits: $|0\rangle$ oder $|1\rangle$

Basisvektoren in einem komplexen Vektorraum

$$\alpha\,|0\rangle + \beta\,|1\rangle = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} \leftarrow \text{Superposition}$$

Zustände mit mehrern Qubits:

$$|\Psi\rangle = |q_1\ q_2\ \dots\ q_n\rangle$$

Zustände stehen senkrecht aufeinander:

$$\langle\Psi_1|\ \Psi_2\rangle = \begin{cases} 1 & \text{wenn } \Psi_1 = \Psi_2 \\ 0 & \text{sonst } \rightarrow \text{unabhängig} \end{cases}$$

Messung

Superposition kollabiert

nur einer der Zustände kann gemessen werden

Wahrscheinlichkeitsverteilung $\rightarrow$ viele Messungen

Wahrscheinlichkeiten

Wahrscheinlichkeit, dass ein Zustand unter Verwendung eines Operators (Gatter) zu einem anderen wird:

$$\langle nachher | \, Operator \, | vorher \rangle$$

Gesamtwahrscheinlichkeit:

$$\sum_i \langle q_i | \, \Psi \rangle = 1$$

Form von Operatoren Matrix oder:

$$\sum c \, |q_2\rangle \langle q_1|$$

Gesamtwahrscheinlichkeit darf nicht geändert werden

Verschränkung

ein Zustand aus zwei Teilen lässt sich nicht als zwei einzelne Zustände darstellen

$$(\alpha\,|0\rangle+\beta\,|1\rangle)(\gamma\,|0\rangle+\delta\,|1\rangle)=\alpha\gamma\,|0\ 0\rangle+\alpha\delta\,|0\ 1\rangle+\beta\gamma\,|1\ 0\rangle+\beta\delta\,|1\ 1\rangle$$

Beispiel:

$$|\Psi\rangle=\frac{1}{\sqrt{2}}\left(|0\ 0\rangle+|1\ 1\rangle\right)$$

sehr fragil, kollabiert schnell bei äußeren Einflüssen

Hadamard Gatter

Notwendig für Superposition
Operator:

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[|0\rangle \left(\langle 0| + \langle 1| \right) + |1\rangle \left(\langle 0| - \langle 1| \right) \right]$$

Matrix:

$$H = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2})} \end{pmatrix}$$

Controlled Not Operator

Notwendig für Verschränkung Operator:

$$+ = |0\ 0\rangle\,\langle 0\ 0| + |0\ 1\rangle\,\langle 0\ 1| + |1\ 0\rangle\,\langle 1\ 1| + |1\ 1\rangle\,\langle 1\ 0|$$

Matrix:

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Bildquellen

- https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Romb-2.png
- https://de.wikipedia.org/wiki/Komplexe_Zahl/media/File:Komplexe_zahlenebene.svg
- https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Matrix_multiplication_qtl2.svg